数学教員に求められる資質についての試論
－教員採用試験の問題の分析を通じて－

市山　雅美*

The essay on the competency of mathematics teachers
：the survey of questions for the teacher employment examination

Masami　ICHIYAMA

Abstract:

In the mathematics questions for the teacher employment examination conducted by each local government, multiple-choice tests and the same format as *the Common Test for University Admissions* can be seen as well as descriptive test (including drawing graphs or figures). The former increased through the 2010's, nevertheless descriptive tests are required in university entrance examinations in mathematics.
It is difficult to evaluate some qualities and abilities by multiple-choice examination. but even multiple-choice examination has a possibility to evaluate the skills for thinking, judgement and expression that leads to *practical teaching skills* which *Ministry of education* requires.

Keywords：teacher recruitment, qualifications for teachers, mathematics education, multiple-choice examination, educational evaluation

要旨:

各自治体が実施している教員採用試験の専門教養（数学）の問題は、解答形式として、「記述式」（図・グラフを描く問題、作図の問題を含む）だけでなく、「選択式」や「大学入学共通テスト」の数学と同様の形式が見られる。「選択式」や「大学入学共通テスト」と同様の形式は、2010年代にかけて増加している。これは、大学入試では記述式が求められてきているのとは逆の傾向である。

「選択式」の問題では、評価できない資質・能力もあるが、「選択式」の問題であっても評価し得る思考力、判断力、表現力がある。そして、それは文部科学省が現在教師に求めている「実践的指導力」につながるものであろう。

キーワード：教員採用、教員の資質、数学教育、選択式試験、教育評価

1．はじめに

近年、教員に求められる資質は、変容しまた多様化している。一方で、教科に関する専門的資質自体は、引き続き求められている。しかし、それは「思考力・表現力・判断力」を育む教育の方針のもと、変容せざるを得ない状況にあるのではないか。

本論文では、各自治体の教員採用試験の専門教養（数学）の問題を分析することによって、教科（数学）に関し、どのような資質を評価し得るかについての分析を行う。

*湘南工科大学　工学部　総合文化教育センター　教授

1．2．本論文の分析の視点と方法

本論文では、まず、教員採用試験の専門教養（数学）の問題の概要を論じる。問題は数学そのものの問題と、数学教育（指導法、学習指導要領など）の問題に分けられるが、本論文では数学そのものの問題を分析する。

分析の方法としては、問題の出題分野や内容に着目するのではなく、記述式や選択式といった出題形式に着目する。その中で、選択式の問題の分析を行い、数学に関してどのような資質を評価し得ることになるのかについて分析する。選択式の問題に着目するのは、記述式とは異なる資質を評価し得る可能性があるためである。

分析対象は、各自治体の 2020 年実施（2021 年度採用の教員の選考）の中学校および高校数学の教員の採用試験である（以下、中学校数学教員の採用試

験を「中学校」、高等学校数学教員の採用試験を「高校」と略記する)。

分析対象の自治体は、教員採用を行なっている全 47 都道府県と、政令指定都市等である。政令指定都市のうち、名古屋市、京都市、神戸市、岡山市、熊本市は、府県とは別に数学の問題を出題している。それ以外の政令指定都市は、その都市が在する道府県と同一の問題で試験を行なっている。また、岡山市と熊本市は令和 2 年度には高校数学の教員の採用はなく、「中学校」の問題のみである。したがって、「中学校」は 52、「高校」は 50 の自治体の試験問題を分析の対象とした。

資料として、協同教育研究会『'22 年度版　○○の数学科過去問』[1]（協同出版、2020 年）を参照した（○○には自治体名が入り『北海道・札幌市の数学科過去問』などとなる)。

本論文では、例えば、「○○県の試験では全 15 問中、証明問題が 2 問出題されている」といったような定量的分析は行わなかった。同じ「1 つの問題」でも、その問題の「量」（難易度や解答にかかる時間など）は様々であり、問題数を数えるだけでは、問題の「量」を論じることはできず、量的な分析を行うことは困難だからである。そのため、各自治体の問題について、例えば「証明問題が出題されているかどうか」といった定性的な分析にとどめている。

なお、本題に入る前に、次節で、試験を含んだ評価全般についての原理を確認し、2 章 3 章で、「教員に求められる資質」と、その資質を評価する教員採用試験について概観する。

1.3. 試験の「信頼性」と「妥当性」

教員採用試験も試験の一種であるので、適正な評価を行うことが求められることはいうまでもない。評価方法の原理として、従来から「妥当性」と「信頼性」があげられてきた。「妥当性」の一つに、「構成妥当性」があり「その評価方法が評価対象として想定されている構成概念をどの程度適切に測ることができているのかに関する概念」である[2]。採用試験でいえば、各自治体が求める教員の資質・能力をどの程度適切に測ることができるかということになる。また、「信頼性」とは、いつどこで誰が実施しても、その評価結果の精度が安定し、一貫していることを示す概念である[3]。

記述式試験は「信頼性」を保つのが難しいことは周知のことであろう。中村高康は、算数の答案の「採点シミュレーション」の結果[4]、同じ解答であっても、「採点基準を各自設定してもらったうえで」行った採点の結果が異なってくる結果を提示している。そこでの、「得点を左右する「採点思想」」として、「計算式を重視するか、正答か否かを重視するか」、「部分点を出すかどうか」、「不自然な計算式が含まれていることに採点者が気づくかどうか」などが提示されている[5]。

記述式に比べると選択式などの試験は「信頼性」が高いといえる。5. 3. で述べるように、点数開示などの情報公開とともに「信頼性」がさらに求められるようになってきていると言えるだろう。しかし、選択式の問題の場合は、正答（あるいは誤答）を選択するまでの過程は全く採点者が把握することはできず、どこまで「妥当性」が担保されているのかという問題がある。

しかし、本論文では、選択式の問題は「妥当性」が低いということではなく、様々な資質を評価し得る可能性があることを論じたい。

2. 教員に求められる資質

近年、教員には、新たな資質が求められているといえる。2015年の中央教育審議会答申「これからの学校教育を担う教員の資質能力の向上について」[6]では、「これからの時代の教員に求められる資質能力」について、「これまで教員として不易とされてきた資質能力に加え，自律的に学ぶ姿勢を持ち，時代の変化や自らのキャリアステージに応じて求められる資質能力を生涯にわたって高めていくことのできる力や，情報を適切に収集し，選択し，活用する能力や知識を有機的に結びつけ構造化する力などが必要である。」と論じられている。

ここでいう「これまで教員として不易とされてきた資質能力」として、「例えば使命感や責任感，教育

[1] '22 年度となっているのは、2022 年度採用試験受験のための本という意味と思われる。

[2] 田中耕治『教育評価』2008 年、岩波書店。

[3] 同上。

[4] これは大学の授業で学生が行った模擬採点で、教員採用試験とは異なるが、同じような問題は生じないとは限らない。

[5] 中村高康『暴走する能力主義』2018 年、筑摩書房。

[6]「これからの学校教育を担う教員の資質能力の向上について ～学び合い、高め合う教員育成コミュニティの構築に向けて～ （答申）（中教審第 184 号)」、文部科学省ウェブサイト（https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1365665.htm）（2021 年 10 月 1 日閲覧)。

的愛情，教科や教職に関する専門的知識，実践的指導力，総合的人間力，コミュニケーション能力等」が挙げられている。ここでは「専門的知識」という表現で教科に関する専門的な資質を挙げていて、それは常に求められ続けているものとされている。しかし、その、専門的な資質の内実は変わってきているのではないか。

2012年の中央教育審議会答申「教職生活の全体を通じた教員の資質能力の総合的な向上方策について」[7]では，これからの教員に求められる資質能力として「新たな学びを展開できる実践的指導力」を求めている。それは、「基礎的・基本的な知識・技能の習得に加えて思考力・判断力・表現力等を育成するため，知識・技能を活用する学習活動や課題探究型の学習，協働的学びをデザインできる指導力」と定義されている。

そして、2017年告示（中学校）、2018年告示（高校）の学習指導要領の総則では「基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力を育む」教育活動が求められている[8]。

生徒に思考力、判断力、表現力（以下、「思考力等」とする）を育むためには、まず、教師自身に十分な「思考力等」が求められ、それらは、汎用的な能力としてだけでなく、各教科の内容に即しても重要となるであろう。

このような状況下、教員に求められる教科に関する専門的な資質も、知識だけでなく、「思考力等」が重視される方向に、変容せざるを得ないと思われる。ただ、その具体的内容は、文部科学省および各自治体から明示されているわけではない。本論文において採用試験に着目したのは、その分析によって、教科に関する専門的な資質（各教科に即した「思考力等」）の内実の一端を明らかにできるのではないかと考えたからだ。

ところで、必ずしも、教員採用試験は「思考力等」を評価するものになっていないという指摘もある。教員採用試験の問題の分析を行なった研究の一つに、「教員採用試験からみた教員養成課程における地理学教育への要求とは」があり[9]、ある県の2015～2019年度の教員採用試験の地理に関する問題について、「学習指導要領が示す地理的な見方・考え方に依拠した事項を問う」「基本＋思考型」の問題が35％であるのに対し、「60%以上の問題で正答するために「知識の有無」が要求されていたことから，「知識量」が求められていると判断できた」と述べている。

数学について考えると、公式を覚えてそれに数値を代入するといったように、「知識」を機械的に適用して、手際よく問題を解くのではなく、その問題を通じて、多面的な「思考力等」を発揮できるかであろう。

3. 教員選考における採用試験の位置づけ

現在、教員の採用については多様化しており、一般選考以外にも、社会人経験者、臨時的任用教員経験者、スポーツ・文化・芸術の実績を持つ者などを対象とした特別選考、大学推薦など多様であり、1 次試験が免除されたり、1 次試験で筆記試験に代えて論文を課されたりすることがある。

また、一般選考でも、1 次試験、2 次試験（自治体によっては 3 次試験まで）を通じて、一般教養、教職教養、専門教養の筆記試験、論作文、模擬授業、場面指導、面接など多様な方法で選考を行っている。

したがって、本論文で分析する専門教養（数学）の試験は、選考の一部分に過ぎず、そこで評価されるのは、教員に求められる資質の一部でしかない。

しかし、採用試験の「過去問」は市販され、また、自治体によってはウェブサイト上で公開されていたりもする（注 22 参照）。そのため、多くの教員志望者や、その他様々な人々の目に触れる機会がある。

大学入試問題については、「大学から社会に向けて発信するメッセージという側面もある。…〈中略〉…例えば、中等教育で論理的思考力をつける訓練を強化してほしいということがあれば、数学の入試問題に証明問題を入れる割合を増やすという方法がある」という論がある[10]。同じことが、採用試験でもいえるだろう。「このような問題が解けることが、その

---

[7] 「教職生活の全体を通じた教員の資質能力の総合的な向上方策について（答申）」、文部科学省ウェブサイト（https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1325092.htm）(2021 年 10 月 1 日閲覧)。

[8] 文部科学省『中学校　学習指導要領（平成 29 年告示）』、文部科学省『高等学校　学習指導要領（平成 30 年告示）』。

[9] 吉田国光、甲斐智大、室谷洋樹「教員採用試験からみた教員養成課程における地理学教育への要求とは」『E-journal GEO』第 15 巻第 2 号、2020 年。

[10] 森田康夫「大学から見た良質な入学試験問題」『高大接続関係のパラダイム転換と再構築』東北大学出版会、2011 年。

自治体が求める数学教員としての資質である」というメッセージを送っているといってよいだろう。

4. 数学の採用試験の概要

4.1. 出題の分野

まず、採用試験の問題を、数学そのものの問題[11]（「数学」）、数学の授業の指導法に関する問題（「指導法」）、学習指導要領等に関する問題[12]（「要領等」）に分けて論じる。

問題が授業の設定になっていても、実質的に数学そのものの内容の場合は「指導法」でなく「数学」とした。また、「指導法」と「数学」が融合したような問題もあり、「指導法」と「数学」は厳密には分別しきれない場合もある。

表 1 にその分析の結果を示す。「数学」の問題は、すべての自治体で出題されているが、「指導法」、「要領等」については出題されない自治体もある。「高校」の方が、やや「数学」に重点を置いている。

表 1　各自治体の分野別出題状況（自治体数）[13]

	「中学校」	「高校」[14]
「数学」・「指導法」・「要領等」	8	6
「数学」・「指導法」	6	6
「数学」・「要領等」	22	16
「数学」のみ	16	22
合計	52	50

量的分析は本論文の範囲外だが、「指導法」にかなり重点を置いた問題構成の自治体も見られた。群馬県の「中学校」では、大問 5 問中 4 問が数学の授業の設定となっており、それらの大問すべてで、「数学」と「指導法」の小問が織り交ぜられている。

4.2. 解答の形式

1.2. で述べたように、以下、「数学」の問題のみについて分析を行う。表 2 のように「数学」の問題の解答の形式を分類する。

表 2　解答の形式の分類

「選択式」	選択肢から正答を選ぶ問題（そのほとんどが正答を一つのみ選ぶ択一式である）
「共通テスト形式」	大学入学共通テストのように、一つの空欄に、0～9 の数字などを入れる問題。例えば、[ア][イ]と解答欄があり、19 と解答する場合は、ア 1、イ 9 となるような解答形式
「解答のみ」	解答の過程を書く必要のない問題。「答のみを記せ」の指示がある問題、あるいは、一部の問題では「解答の過程を記せ」と指示されているが、そのような指示がされていない問題
「解答の過程の記述」	解答の過程を記述する問題（特に「答のみを記せ」のような指示がない場合は、ここに分類した）
「証明・説明」	証明問題、あるいは「説明せよ」と指示のある問題（授業の場面を想定して生徒への説明を考えさせる場合は、「指導法」の問題として除外した）
「グラフ・図」	グラフや図を描かせる問題
「作図」	定規とコンパスを使った作図（実際に作図する場合と、作図方法を説明する形式がある）

その他、数学用語などを記入する問題などが見られた。

「解答の過程の記述」「証明・説明」「グラフ・図」「作図」を総称して、「記述式」とする。

表 3 では、表 2 の分類による分析の結果を示す。

---

[11] 出題範囲はほぼ、中学校・高等学校で学習する範囲内で、大学で学習する範囲の出題は少ない。行列の問題が 4 自治体で 1 問ずつ、2 重積分が 1 自治体で出題された。また、数学史に関する出題も 1 自治体で見られた。

[12] ほとんどが学習指導要領の数学科の部分、および、その解説から出題されているが、他には、学習指導要領の「特別の教科　道徳」について、『「指導と評価の一体化」のため学習評価に関する参考資料』や、その自治体の学校教育の方針の文書、教育公務員特例法から出題された自治体もある

[13] 都道府県と政令指定都市で、専門試験（数学）の問題が同一である場合は、1 つの自治体と数えている。例えば、北海道と札幌市は同じ問題を用いているので 1 自治体とし、京都府と京都市は問題が別々なので、2 自治体とした。

[14]「中学校」と「高校」で「数学」の問題が、全て共通（「要領等」の問題は中高別だったりする）が 17 件、一部共通なのが 15 件、「中学校」「高校」で全く別の問題であるのが 17 件である。

表３　各自治体の解答形式別出題状況（自治体数）

	「中学校」	「高校」
全て「選択式」	6	5
「選択式」と「記述式」の併用	1	1
全て「共通テスト形式」*	7	8
「共通テスト形式」と「記述式」の併用	4	4
「解答のみ」と「記述式」の併用**	9	13
おおよそ全て「記述式」**	25	23
合計	52	50

*一部「選択式」を含む場合がある。
**「記述式」が主であって、例外的に 1・2 問程度「選択式」の問題が出題されている場合は、「おおよそ全て「記述式」」に分類した。

表 4 では、「記述式」に分類された形式ごとの出題状況を示した。

表 4　「記述式」の出題状況（自治体数）

	「中学校」	「高校」
「解答の過程の記述」	39	37
「証明・説明」	25	23
「グラフ・図」	5	8
「作図」	9	4
全体*	39	37

*「選択式」や「共通テスト形式」との併用を含み、何らかの形で「記述式」を出題している自治体の総数

「記述式」の試験では、全ての自治体で「解答の過程の記述」の問題が出され、次いで「証明・説明」もかなりの割合で出題されている。

表には示されていないが、新潟県・新潟市や、鹿児島県では、「証明・説明」、「図・グラフ」、「作図」の形式がすべて出題されており、多様な解答方法を取り入れているところもある。

同じ自治体で、「中学校」と「高校」の違いについては、解答形式ではほとんど違いは見られなかった。「中学校」では「選択式」で「高校」では「共通テスト形式」という自治体が 1 件（北海道・札幌市）あったにとどまる。

教職教養・一般教養いずれも選択式（あるいは、大規模な自治体（例えば、東京都、大阪府、神奈川県など）では、全て「選択式」、あるいは全て「共通テスト形式」を採るところが多い。しかし、比較的小規模の自治体でも、全て「選択式」や、全て「共通テスト形式のところもある。一方で、兵庫県（神戸市は別）など比較的規模の大きい自治体でも「記述式」を取る自治体もある。

なお、全て「選択式」及び「選択式」を併用の自治体の問題の選択肢の数は、4 が 1 自治体、5 が 3 自治体、6 が 1 自治体、4 または 6 が 1 自治体である。

５.「選択式」試験の動向

5.1.「選択式」・「共通テスト形式」の導入の時期

表 3 のように、現在「選択式」、「共通テスト」形式を採る自治体でも、かつては「記述式」がとられていた。

逆に、「選択式」、「共通テスト形式」から「記述式」となった自治体はほとんど見られなかった。

表 5「記述式」から「選択式」への変更の時期[15]

北海道・札幌市（「中学校」）	11 年より全て「選択式」
宮城県・仙台市	17 年より全て「選択式」
茨城県	13 年より一部「選択式」、19 年より全て「選択式」
埼玉県・さいたま市[16]	06 年より「高校」1 次のみ「選択式」、09 年より「中学校」と「高校」1 次が「選択式」、19 年より全て「選択式」
神奈川県・横浜市・川崎市・相模原市	02 年より全て「選択式」
岐阜県	09 年に全て「選択式」、10～16 年は「高校」2 次のみ「記述式」、17 年からは全て「選択式」
福岡県・福岡市・北九州市	01 年は全て「記述式」、02～03 年は未詳、04 年より「選択式」と「記述式」の併用 17 年・18 年は、福岡市「中学校」のみ、全て「選択式」

・特に記述のない場合は、変更の年より前は全て「記述式」である。
・試験の年は教員採用の年度ではなく、試験

15 『’22 年度版　○○の数学科過去問』（協同出版、2020 年）より古い版を適宜参照した（表 6 も同様）。
16 06 年より、「高校」は 1 次試験と 2 次試験に分かれて実施されている。

が実施された年を示す
・2010 年を 10 年のように略記した。
・政令指定都市等自治体の区分については、21 年時点のものである。(以上、表 6 も同様)

表 6　「記述式」から「共通テスト形式」への変更の時期

北海道・札幌市（「高校」）	11 年より、「共通テスト形式」と「選択式」の併用、19 年より全て「共通テスト形式」
千葉県・千葉市	09 年より全て「共通テスト形式」
東京都	99 年は全て「記述式」、00～01 年は未詳、02 年より全て「共通テスト形式」
石川県	13 年より、一部「共通テスト方式」
愛知県（名古屋市は除く）	00 年は全て「記述式」、01 年は未詳、02 年より「記述式」と「共通テスト形式」の併用[17]
三重県	04 年より全て「共通テスト形式」
大阪府・大阪市・堺市・豊能地区	16 年より「共通テスト形式」を併用
奈良県	17 年より「共通テスト形式」を併用
高知県	05 年は全て「選択式」、06 年より全て「共通テスト形式」
大分県	09 年は全て「選択式」、10 年より全て「共通テスト形式」
熊本市[18]	15 年は全て「選択式」、16 年は未詳、17 年より全て「共通テスト形式」
沖縄県	16 年より全て「共通テスト形式」

規模の大きな自治体では、早くから「共通テスト形式」や「選択式」を導入しているが、それらが増えてきたのは、2010 年代を通じてである。一部の自治体では、「記述式」から「選択式」を経て「共通テスト形式」となっている。

5.2. 数学の「記述式」の問題をめぐる状況

教員採用試験の数学の問題は、「記述式」から「共通テスト形式」、「選択式」が増えてきているが、大学入試については、2010 年代には逆に「記述式」を求める方向が現われてきている。

日本数学会の「「大学生数学基本調査」に基づく数学教育への提言」[19]（2012 年）では、中等教育機関に対して「充実した数学教育を通じ論理性を育む。証明問題を解かせる等の方法により、論理の通った文章を書く訓練を行う」ことを提言するとともに、大学に対しては、「数学の入試問題はできるかぎり記述式にする」ことを提言している。

また、2021 年から導入された「大学入学共通テスト」に関しては、記述式問題の導入について、議論の俎上に載せられたのは第 12 回（2014 年 2 月 19 日）の中教審高大接続特別部会においてである[20]。同年 12 月の中央教育審議会答申「新しい時代にふさわしい高大接続の実現に向けた高等校教育、大学教育、大学入学者選抜の一体的改革について」では「解答方式については、多肢選択方式だけでなく、記述式を導入する。」と提言されている。

答申に基づいて策定された「高大接続改革実行プラン」に基いて 2015 年に設置された「高大接続システム改革会議」の「最終答申」（2016 年）では、後に「大学入学共通テスト」と呼ばれるテストについて、「自ら文章を書いたり図やグラフ等を描いたり式を立てたりすることを求める記述式問題を導入するための具体的な方策等について今後更に検討する。」、「「対象教科については、当面、高等学校で共通必履修科目が設定されている「国語」と「数学」と」するとしていた[21]。

5.3. 教員採用試験に関する情報公開

このように、大学入試と教員採用試験では、「記述式」の導入について逆の方向をたどっている。その背景の一つとして、教員採用試験においても、情報公開が進められたことがあるのではないか。

17　04 年より、一次試験は「共通テスト形式」、二次試験は「記述式」となる。

18　16 年 4 月より政令指定都市となったため、15 年の試験より、熊本県とは別に行われたと考えられる。

19「「大学生数学基本調査」に基づく数学教育への提言」、日本数学会ウェブサイト（https://www.mathsoc.jp/overview/committee/education/chousa2011/index.html）（2021 年 10 月 1 日閲覧）。

20　西尾博行「大学入学共通テストの政策過程に関する一考察」『大学教育研究ジャーナル』、第 18 号、2021 年。

21「大学入学共通テストにおける記述式問題の導入に係る検討経緯の整理」文部科学省ウェブサイト（https://www.mext.go.jp/content/20200207-mxt_daigakuc02-000004565_13.pdf（2021 年 10 月 1 日閲覧））。

近年、様々な行政場面で、情報公開や情報開示がもとめられているが、教員採用試験もその中の一つと言える。文部科学省の「令和 2 年度（令和元年度実施）公立学校教員採用選考試験の実施方法について」[22]では、試験問題、解答、配点の公表、採用選考基準の公表や、本人への成績開示の状況の項目について、各自治体の実施状況が表にまとめられている。

それらの意義については、文部科学省の「平成 29 年度教員採用等の改善に係る取組事例」[23]では、「採用選考の内容・基準等の公表」について、「採用選考の透明性を高めて公教育への信頼性を確保するため」と論じている。

このように、情報公開が進む中、試験や採点のより一層の厳格性や明確性が求められている。「教員採用に関する課題」として「中には採用選考試験の作成が大きな負担になっているとの声も聞かれるところであり」[24]とも言われる状況のなか、「共通テスト形式」や「選択式」の問題が増えているのではないかとの推測もできる。

6. 実際の問題の分析

以下、2020 年実施の採用試験の「選択式」の問題の分析を行う。4.2.で述べたように、全て「選択式」は 6 自治体、「選択式」と「記述式」の併用が 1 自治体だが、全て自治体の問題を取り上げているわけではない。また、例えば、埼玉県・さいたま市の「中学校」では 22 問出題されたが、本論文で取り上げたのはそのうち 2 問に過ぎない。このように、多数の問題の中から、ほんの一部の問題について論じていることを確認しておきたい。問題の出典は 1.2.で述べた通りである。

「選択式」の問題は、その形式で、大きく二つに分けられる。一つは解を求めることができるもの（選択肢をなくせばそのまま「解答の過程の記述」の問題となるもの）と、一つ一つの選択肢の正誤を検討する必要がある問題である。本論文では前者について検討するが、後者の問題の例には以下のようなものがある（埼玉県・さいたま市「中学校」の問題）。

> この箱ひげ図（箱ひげ図は省略―引用者）から読み取れることの組み合わせとして正しいものを、下の 1 ～4 の中から 1 つ選びなさい。
> ア　170 ㎝以上の生徒が 1 年生では 100 人以下であるが、2 年生では 100 人以上いる。
> イ　165 ㎝以下の生徒はどちらの学年にも 50 人より多くいる。
> ウ　1 年生のデータ範囲は、2 年生のデータ範囲より 20 ㎝大きい。
> エ　185 ㎝より大きい生徒が 1 年生にはいるが、2 年生にはいない
> オ　175 ㎝以下の生徒はどちらの学年も 150 人以下である。
>
> 1　ア, ウ, エ　　2　イ, ウ, エ　　3　イ, ウ, オ
> 4　ア, エ, オ

前者については、「解答の過程の記述」の問題と同じように、式を立て計算を行い正答を求めてから、それに合致する選択肢を選ぶ解き方で解かなければならない問題の方が多いが、それぞれの選択肢の値について判断を行ない正しい選択肢を選ぶ方法（場合によっては「消去法」のような解き方）も取れる問題もある。そのような問題について、いくつか例を取り上げて、そのような解き方で用いられる数学的な能力・資質について論ずる。

6.1. 選択肢の値に着目した解答法

問題例 1（埼玉県・さいたま市「中学校」）

> $|\vec{b}|=1$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$, $|\vec{a}\cdot\vec{b}|=\sqrt{3}$のとき、$\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角 $\theta(0\leqq\theta\leqq\pi)$として正しいものを、次の 1 から 4 の中から 1 つ選びなさい。
>
> 1 $\frac{\pi}{6}$　2 $\frac{\pi}{3}$　3 $\frac{\pi}{2}$　4 $\frac{2}{3}\pi$

内積が負の数なので、$\theta > \frac{\pi}{2}$であるが、これに当てはまるのは、選択肢 4 のみである。そこに着目すると、この問題は内積の計算ではなく、内積の性質の理解を問う問題となりえる。全ての、あるいは複

---

[22]「令和 2 年度教師の採用等の改善に係る取組事例」、文部科学省ウェブサイト（https://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/senkou/1422885_00001.htm）（2021 年 10 月 1 日閲覧））。

[23]「平成 29 年度教員採用等の改善に係る取組事例」「採用選考の内容・基準等の公表」文部科学省ウェブサイト（https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/detail/__icsFiles/afieldfile/2017/02/03/1381762_9_1.pdf）（2021 年 10 月 1 日閲覧）。

[24] 中央教育審議会答申「これからの学校教育を担う教員の資質能力の向上について」（2015 年）（注 6 参照）。

数の選択肢の値を$\dfrac{\pi}{2}$より大きくすれば、内積の計算能力を問う問題となる。

問題例２　（埼玉県・さいたま市「中学校」）

次のように、正の奇数の数列に順に1個、2個、3個、4個、…の群に分けます。
1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19 | 21, …
このとき、第 n 群の最初の数として正しいものを、次の1～4の中から1つ選びなさい。
1　n^2+n+1　　2　n^2-n+1　　3　n^2-n-1
4　n^2+2n-1

この問題は $n=1$ をそれぞれの選択肢の式に代入して、式の値が第1群の最初の数である1となる式を選べば解くことができる。そのようになる式は選択肢2の式のみである。逆にいうと、このような解き方ができるのは、$n=1$ を代入して1となる式の選択肢が一つしかないからである。

これもまた、問題の解き方によっては、数列の立式能力ではなく、第1群の最初の数が1であるといった群数列の意味の理解や、文字式の代入によって、式が正しいかの判断力を問う問題となり得る。

問題例３　（宮城県・仙台市　中高共通）

$\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)$の値として正しいものを、次の1～4のうちから1つ選びなさい。
1　0　　2　$\dfrac{1}{2}$　　3　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　4　1

これは加法定理を用いることが想定されている問題で、加法定理の公式に従って計算すれば、容易に解を求めることができるが、加法定理を用いなくても正答を選択できる。

選択肢の中には θ を含むものはないため[25]、求める値は θ の値がいくつであっても一定となると推測できる。つまり、θ の値に関わらず、値を求めることができる。ここで $\theta=0$（θ はどんな値でもよいが、最も計算が簡単になるものの一つとして、$\theta=0$ を例に出した）を代入して計算すると、$\dfrac{1}{2}$を得ることができ、解答は選択肢2となる。この問題で評価しうる能力は、（計算の結果ではなく、選択肢を見て）求める値は θ と無関係となることに気づく能力ともいえる。

問題例４　（神奈川県・横浜市・川崎市・相模原市 中高共通）

19^{37} を 400 で割ったときの余りとして最も適切なものを、次の①～⑥のうちから選びなさい。
①327　②329　③331　④337　⑤339　⑥341

この問題の場合、下位2桁（10の位と1の位）のみ異なり、3桁目はすべて同じ数であるため、下位2桁のみに着目すればよい。

19^n について下位2桁のみを計算し（100の位以上の数は……で表すと、例えば 19^4=……21 となる）、これら下位2桁の数字を 19^1 から並べてみると、19, 61, 59, 21, 99, 81,……となる。このことから、以下の表のように推測される。

n ＼ 19^n	10の位の値	1の位の値
偶数	偶数	1
奇数	奇数	9

19^n も「19^n を 400 で割ったときの余り」も、下2桁の数は同じなので、選択肢についても、下2桁のみ考える。$n=37$ のとき、この条件に合うのは、選択肢⑤の 339 のみである。したがって選択肢⑤が正答と推測できる。問題例4は、具体的な値を入れて法則性を見付けるといった試行錯誤を踏まえた考え方が可能であるともいえる。

ここで、類問を挙げる。

問題例５　（北海道・札幌市「中学校」）

3^{2020} の下位4桁として、正しいものを選びなさい。
ア 1101　　イ 2201　　ウ 3301　　エ 4401
オ 5501

問題例5で求めるのは「3^{2020} を 1000 で割ったときの余り」と言い換えられるので、問題例4と類似した問題といえる。さらに $3^4=81$ であることより、それは「81^{505} を 1000 で割ったときの余り」と同じになる。

ただ、選択肢のそれぞれの値の下位2桁はいずれも同じ数となっている。そのため問題例4のような

---

[25] 選択肢に θ を含むもの、例えば $\cos 2\theta$ や、$\sin(\theta+\pi)$ といった選択肢があれば、この点はまた変わってくる。

解き方を適用するのは難しい（可能だが時間がかかる）。この場合は二項定理を応用して

$$(80+1)^{505}=\cdots\cdots{}_{505}C_{503}\times 80^2\times 1^{503}$$
$$+{}_{504}C_{503}\times 80^1\times 1^{504}+{}_{505}C_{505}\times 80^0\times 1^{505}$$

と考える[26]のが一般的であろう問題例４問題例５とも、「解答の過程の記述」の問題として出題された場合には、この方法で解くことが多いと思われる。

問題例４と問題例５を比較すると、選択肢の作り方によっては、問題の考え方が大きく変わりうる事例を示していると言える。

6.2. グラフを手掛かりとした解答法

問題例６　（神奈川県・横浜市・川崎市・相模原市中高共通）

時刻 t における動点 P の座標(x,y)が、$x=(1+\cos t)\cos t$, $y=(1+\cos t)\sin t$ で与えられているとき、動点 P が $t=0$ から $t=\frac{\pi}{2}$までに動いた道のりとして最も適切なものを、次の①～⑥のうちから選びなさい。

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$　④ 1　⑤ $\sqrt{2}$

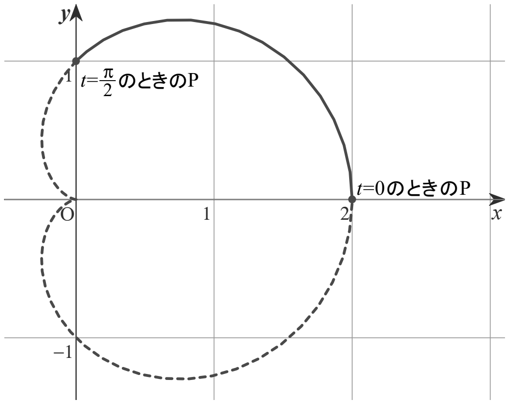
⑥ $2\sqrt{2}$

カージオイドについての知識があれば容易に図が描ける（図１）。

カージオイドについての知識がなくても、媒介変数表示された関数の微分ができれば、あるいはそれができなくても、$t=0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$の時の動点 P を取れば、大まかな図は描ける。

グラフを見て考えると、求める道のりが、$t=0$ のときの動点 P(2,0)と $t=\frac{\pi}{2}$のときの動点 P(0,1)の間の距離の$\sqrt{5}$より大きいことは明らかで、$\sqrt{5}$より値の大きい選択肢は⑥のみなので、選択肢⑥を選ぶことができる。

図１



通常の解き方（「解答の過程の記述」の場合）であれば、媒介変数で示された曲線（極座標に変換すれば若干簡略になるが）の長さを積分で求めることになるが、時間もかかり計算ミスも生じる可能性も少なくない。

一方、図を描いたうえで選択肢を選ぶ方法では、曲線（カージオイド）についての知識・理解、グラフを描く技能、グラフにして表そうとする思考力や表現力、平面図形に関する判断力を問う問題となる。

問題例７　（埼玉県・さいたま市　「高校」）

この曲線（双曲線 x^2-$9y^2$=9―引用者）上の点と直線 $y=3x$ の間の距離を d とします。d の最小値として正しいものを(1)～（4）の中から一つ選びなさい。

（１）$2\sqrt{2}$　（2）$3\sqrt{2}$　（3）$4\sqrt{2}$　（4）$5\sqrt{2}$

グラフを描けば、d は３より小さいと感覚的に判断できる（図２、図３）。選択肢の値のうち、３より小さいのは、選択肢（１）のみである。

「感覚的に」と述べたが、このように判断する場合、どこまで意識的に考えるかの差はあるにせよ、以下のように思考・判断を行っているであろう。

> $x>3, y>0$ において、双曲線 x^2-$9y^2$=9 は上に凸である。また、この双曲線は点(3,0)を通る。接点が第１象限にあるとき接線と x 軸との交点の x 座標は、双曲線と x 軸との交点の x 座標の３より小さくなる。それゆえ、傾きが３の接線と x 軸との交点を P とすると PO<3 となる…①。P

[26]『’22 年度版北海道札幌市の数学科過去問』、2020 年、協同出版。

から直線 $y=3x$ に下ろした垂線の足を点Hとする。∠PHO＝90°である直角三角形 POH において辺 PO は斜辺である。直角三角形において斜辺が最も長い辺となるので、PH＜PO となる…②。d=PH なので、①, ②より、d<3 となる。

図 2

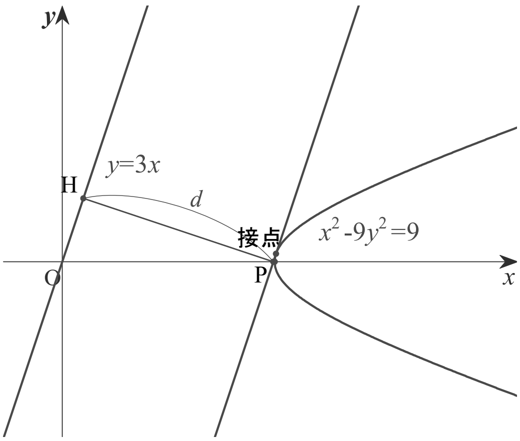
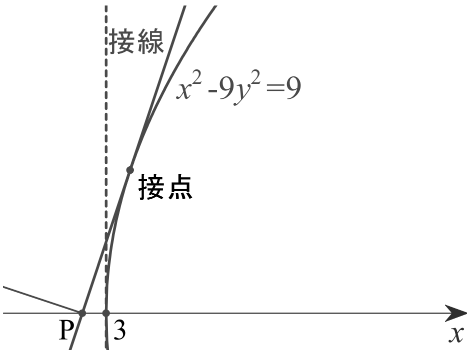


図 3　（図 2 の部分拡大図）



やはりこの問題も、「選択式」の場合、グラフを描く力（グラフで表現する力）、平面図形の把握能力を問う問題として成り立ちうる。しかし、「選択式」では、接点の座標を求める能力や、点と直線の距離を求める能力[27]を評価するのは難しい。

[27] あるいは媒介変数を用いて双曲線上の点を表す能力、直線 $y=3x$ との距離を表す式を立てて、距離の最小値を求める能力。

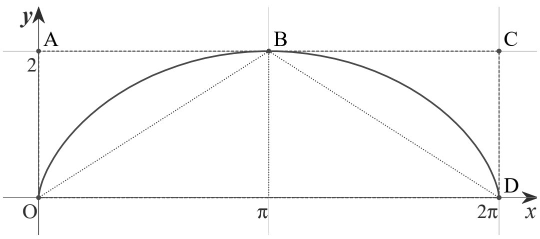
なお、このような状況は、「共通テスト形式」でもまれに生じうる。

問題例 8　（三重県　「高校」）

> サイクロイド $x=\theta-\sin\theta$, $y=1-\cos\theta$ ($0\leqq\theta\leqq2\pi$)について、次の問いに答えなさい。
> （1）この曲線と x 軸で囲まれた部分の面積は[1] π である。

サイクロイドの概形を知っていれば、また、知らなくとも図を描くことができれば、求める面積は 2π より大きく、4π より小さいのは明らかである（図 4）。

図 4



求める面積は、四角形 OACD の面積 4π より小さく、三角形 OBD の面積 2π より大きい。[1]に整数が入るのであれば、答は 3 となる。「サイクロイド」と明記してある分、問題例 6 より容易となるであろう。

いずれにせよ、グラフを実際に描かせる問題でなくても、グラフを描きそれを活用する資質・能力の一端を、「選択式」の問題でも評価し得るといえるだろう。

7．結論

「選択式」の問題の解き方（選択肢の選び方）の一端を第 6 章で示したが、実際の受験者がどのように解いているのかは、全くのブラックボックスとなっている。第 6 章で述べたような解き方で解く受験者がどの程度いるのかについては、論ずることは難しいが、解き方、考え方の可能性の一端を示すことが本論文の意図である。

また、出題者の意図（どんな能力・資質を評価しようとしているか）についても、問題だけ見てもわからない。この論文では、「選択式」の問題で何を評価しようとしているのかではなく、何を評価し得るかという可能性について論じた。

第6章で取り上げた問題は、「選択式」で出題される以上は、立式および計算の能力を評価できない場合も生じうる。

しかし、多様な思考方法が可能となる意味では、以下のような能力や資質（「思考力等」）を評価し得ると言える。

・正答の選択肢の値が満たすべき数的な条件（問題例1では$\theta > \dfrac{\pi}{2}$か、問題例2ではn=1を代入して1となるか、問題例6では$\sqrt{5}$より大きいか、問題例7ではd<3か）を考え、その条件に見合う選択肢を選択する判断力
・具体的な値（問題例1ではn=1, 問題例3ではθ=0、問題例4では19^nについて、n=1, n=2……）を代入して考える思考力
・数的関係をグラフによって表す表現力と、グラフから長さなどの量を判断する力

また、それらの考え方は、実際の数学の授業の学習活動でも活用できると思われる。第6章で取り上げた問題についていくつか、仮に高校の数学の授業で扱うとすれば、以下のような学習活動が考えられるだろう。

・（問題例2）実際に具体的な数値をいくつか代入してみて数列の一般項の式が正しいか確かめる
・（問題例3）加法定理の計算とともに、実際にθ=0や、θ=$\dfrac{\pi}{2}$などの具体的な値を代入して、求める値が変わらないことを確かめる
・（問題例6）実際にグラフを描き、曲線の道のりのおおよその値を考える

このように考えると、「選択式」の問題であっても、取り組み方によっては、「実践的指導力」につながるものだと言える。

ただし、第6章で示したような解き方ができるのは、条件を満たす選択肢が「たまたま」（問題作成者の意図はわからないので、このように表現する）1つだけだったためである。その意味では問題そのものだけでなく、選択肢の作り方によって、評価し得る資質・能力も変わってくる。

「選択式」でも、あるいは「選択式」だからこそ、評価し得る「思考力等」があるとも考えられる。「選択式」の問題を用いても、場合によっては、様々な思考方法に開かれ、多様な思考方法を持つ教員を見出すことが可能ではないかと思う。

逆に、「解答の過程の記述」の問題であっても、覚えた公式に数値を代入するだけの問題であれば、公式の知識と計算能力しか評価し得ないこともあり得る。

第2章で触れた中央教育審議会の答申「これからの学校教育を担う教員の資質能力の向上について」（注6参照）では、「教員採用に関する問題」として、「豊かな知識や識見，幅広い視野を持ち個性豊かでたくましい人材や特定の教科や指導法についてより高い専門性を持った人材を教員として確保する必要がある。」と述べているが、それぞれの教科においても（少なくとも数学科では）、問題の作り方によっては「選択式」の問題であっても、「幅広い視野を持ち個性豊か」な「思考力等」を評価し得る可能性があると言いえるだろう。

付記

論文中の図は「GRAPES7.76」で作成した。