

# 区分線形系粒子群最適化法における 粒子間ネットワークに関する性能評価

佐々木 智志\*

Solving performances of piecewise-linear particle swarm optimizer with neighborhood topology

Tomoyuki SASAKI

**Abstract:** Piecewise-linear particle swarm optimizer (PPSO) was proposed, which is a deterministic particle swarm optimization. In PPSO, each particle has two search modes which are a convergence mode and a divergence mode, and switches both search modes irregularly. PPSO is effective to solve rotated problems, because PPSO particles can move in solution spaces toward various directions. Here, in order to improve search performances of PPSO, a neighborhood topology between particles is introduced to PPSO (N-PPSO). We compared the search performances of N-PPSO with those of PSO with the neighborhood topology (N-PSO) through the numerical simulations.

**KEYWORDS:** Particle swarm optimization, Deterministic system, Swarm intelligence algorithm, Neighborhood topology

**要旨** これまでに著者は決定論的な粒子群最適化手法である区分線形系粒子群最適化法 (PPSO) を提案した。PPSO の粒子は収束モードと発散モードの二つの回転モードを持ち、探索過程に伴い動的に二つの回転モードが切り替わることで解空間上の探索を行う。PPSO において、粒子群は多次元解空間の座標軸方向への探索に偏らずに解空間上を自由に飛び回ることができるため、回転問題に対する探索性能が高いことが示されている。本論文では PPSO の探索性能を向上させるために、粒子間の情報共有に近傍構造を導入した N-PPSO (PPSO with Neighborhood Topology) を提案する。N-PPSO の有効性を示すために、粒子群最適化法の粒子間に近傍構造を導入した N-PSO (PSO with Neighborhood Topology) との比較実験を行う。

**キーワード:** 粒子群最適化法, 決定論的システム, 群知能アルゴリズム, 近傍構造

## 1 はじめに

工学の分野では、設計者は設計過程における多数の候補案の中から最適な候補案を選択することが求められており、このような状況では候補案を経験的または直感的に選択するのではなく、科学的な最適化手法を用いて選択する必要がある。ある問題に対して数理計画を行って最適化問題として定式化し、その数式を数学的に解くことでその問題に対する解を求めることができる。最適化問題とは、「与えられた制約条件のもとで、その目的関数の評価値が最小 (最大) となるような設計変数の値をみつける問題」[1] である。本論文では、目的関数の評価値を最小化する最適化問題 (i.e. 最小化問題) をとりあげる。最小化問題は次のように

定義される。

$$\text{minimize } f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)^\top \in \mathcal{F} \subseteq \mathbb{R}^D \quad (1)$$

ここで、 $f: \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$  は目的関数、 $D$  は設計変数の総数 (i.e. 次元数)、 $\mathcal{F}$  は解空間を表す。

実世界における最適化問題は様々にあり、それらの問題に対して高精度な解を発見する手法も様々に提案されてきた。しかし、世の中には数理計画による問題の定式化が困難な問題も多く存在する。このような問題においては最適化問題の目的関数が不明なため、数学的に解くことも困難である。また、数理計画が可能である問題であったとしても、その定式化には専門的な知識が求められることがある [2]。このような目的関数の情報が不明な最適化問題をブラックボックス最適化問題と呼ぶ。ブラックボックス最適化問題では、設

\*湘南工科大学 工学部 情報工学科 講師

計変数  $\mathbf{x}$  に対する目的関数  $f(\mathbf{x})$  の評価値を求めることができるため、その評価値のみを用いた最適解の探索に関する研究が活発になされている。

群知能アルゴリズムは母集団型のメタヒューリスティクスであり、ブラックボックス最適化問題に対する有力な解法の一つとして脚光を浴びている。メタヒューリスティクスとは様々な問題に対して適用可能な近似解法であり、最適性の保証はないが実用的な時間以内に高精度な近似解や最適解を探索する手法のことである。

粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimization; PSO) [3] は 1995 年に Kennedy と Eberhart らに提案された確率的な群知能アルゴリズムである。PSO は鳥や魚などの群れを成して移動する生物の行動を模倣したメタヒューリスティクスであり、これらの生物を解候補である粒子としてモデル化した手法である。各粒子は互いにそれらの粒子情報を共有、参照しながら多次元解空間上を飛び回ることによって問題に対する近似解を発見することができる。PSO は他のメタヒューリスティクスと比較して、(1) 簡素なアルゴリズムであり、アプリケーションへの適用が容易であること、(2) 最良解への収束性が高いこと、(3) 調整すべきパラメータ数が比較的少ないこと、といった利点を持つ。このため、PSO は強力なメタヒューリスティクスの一手法であり、これまでに様々な最適化問題に適用されてきた [4–9]。しかしながら、PSO の探索性能は問題の多次元解空間の景観に依存し、設計変数間に依存関係のある回転問題に対する性能は著しく低くなることが報告されている。回転問題における解空間は、式 (1) に基づく問題の解空間に対して回転による変形を行った解空間  $\hat{\mathcal{F}} = \{\hat{\mathbf{x}} | \mathbf{Q}\mathbf{x}, \mathbf{x} \in \mathcal{F}\}$  で表される [11]。ここで、 $\mathbf{Q}$  は回転行列を表し、それは直行行列である。また、回転問題の目的関数  $\hat{f}: \hat{\mathcal{F}} \rightarrow \mathbb{R}$  は  $f(\mathbf{x}) = \hat{f}(\mathbf{Q}\mathbf{x})$  を満たす。PSO のアルゴリズムは回転不変性を持たず、粒子群の探索が多次元解空間における座標軸方向へ偏るために回転問題に対する性能が低い [10–13]。

区分線形系粒子群最適化法 (Piecewise-linear Particle Swarm Optimizer; PPSO) [14] は確率的な要素を持たない決定論的な粒子群最適化法 (Deterministic PSO; D-PSO) である。PPSO における粒子は収束モードと発散モードの 2 つの回転モードを有し、それぞれが探索過程において動的に切り替わることにより解空

間上を探索する。収束モードにおいて、粒子は探索過程における良解へ収束していき、良解周辺を集中的に探索する。一方、発散モードにおいて、粒子は良解から離れていき、解空間上を大域的に探索する。PPSO の性能は PSO やその他の決定論的な PSO 手法と同等以上の探索性能を持つことが示されており、特に回転問題に対する性能が高い [15]。これは、PPSO の粒子群の探索が多次元解空間における座標軸方向へ偏らずに解空間上の様々な領域を探索できるためである [16]。PPSO は様々な回転問題に対して有効な手法であるが、局所的最適解 (局所解) が解空間上に多数存在する多峰性の回転問題に対してより高精度な近似解を発見できるようにすることが求められている。

本論文では、PPSO の探索性能を向上させるために粒子間の情報共有にグラフ理論に基づく近傍構造を導入した PPSO with Neighborhood Topology (N-PPSO) を提案する。PSO の粒子間の情報共有において近傍構造を導入した手法 (PSO with Neighborhood topology; N-PSO) [18, 19] では、最良解への収束を遅延させることで多峰性問題に対しても高精度な近似解を探索できることが示されている。しかし、N-PSO は回転不変性を持たないため、回転問題に対する探索性能は低い。一方、PPSO は回転問題に対しても良好な近似解を探索できることから、粒子間の情報共有に近傍構造を導入することによって多峰性の回転問題に対する探索性能の向上を実現できる。様々な回転問題のベンチマーク問題を用いて数値実験を行い、N-PPSO の有効性を評価し、考察する。

## 2 粒子群最適化法

本章では、標準的な粒子群最適化法 (PSO) [17] について説明する。PSO は鳥や魚などの群れを成して移動する生物の行動を模倣した群知能アルゴリズムの 1 つである。これらの生物を解候補である粒子としてモデル化し、粒子群は問題の多次元解空間上に配置される。各粒子は他粒子と情報を共有し、それらの情報を参照することで解空間上を飛び回り、問題に対する近似解を探索する。 $i$  番目の粒子 (粒子  $i$ ) は、速度ベクトル  $\mathbf{v}_i^t = (v_{i1}^t, v_{i2}^t, \dots, v_{iD}^t)$ 、位置ベクトル  $\mathbf{x}_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{iD}^t)$ 、自身の探索過程における最良解ベ

クトル ( $pbest$  ベクトル)  $\mathbf{pb}_i^t = (pb_{i1}^t, pb_{i2}^t, \dots, pb_{iD}^t)$  を持つ. 各粒子は粒子群の探索過程における最良解ベクトル ( $gbest$  ベクトル)  $\mathbf{gb}^t = (gb_1^t, gb_2^t, \dots, gb_D^t)$  を共有する. ここで,  $D$  は最適化する設計変数の総数,  $t$  は現在のイタレーション数を表す.

粒子  $i$  の  $j$  次元要素における更新式を次に示す.

$$v_{ij}^{t+1} = wv_{ij}^t + c_1r_1(pb_{ij}^t - x_{ij}^t) + c_2r_2(gb_j^t - x_{ij}^t) \quad (2)$$

$$x_{ij}^{t+1} = x_{ij}^t + v_{ij}^{t+1} \quad (3)$$

ここで,  $w$  は慣性速度定数,  $c_1$  と  $c_2$  はそれぞれ加速度係数,  $r_1$  と  $r_2$  はそれぞれ  $[0, 1]$  の一様乱数要素を表す.

各粒子は  $pbest$  ベクトル,  $gbest$  ベクトルを参照し, 解空間上を移動する. 粒子群は相互作用しながら  $gbest$  へ徐々に収束していき, 最終的な  $gbest$  ベクトルが問題に対する近似解となる.

### 3 区分線形系粒子群最適化法

本章では, 区分線形系粒子群最適化法 (PPSO) の基本的な概念について説明する [14–16]. PPSO は確率的な要素を持たない決定論的な PSO (D-PSO) の一つである. 粒子  $i$  は速度ベクトル  $\mathbf{v}_i^t$ , 位置ベクトル  $\mathbf{x}_i^t$ ,  $pbest$  ベクトル  $\mathbf{pb}_i^t$  を持つ. また, 各粒子は収束モードと発散モードの二つの回転モードを持つ. さらに, 粒子群は  $gbest$  ベクトル  $\mathbf{gb}^t$  を共有する.

粒子  $i$  の  $j$  次元要素における更新式を以下に示す.

$$q_{ij}^t = (1 - \gamma)pb_{ij}^t + \gamma gb_j^t \quad (4)$$

$$y_{ij}^t = x_{ij}^t - q_{ij}^t \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} v_{ij}^{t+1} \\ y_{ij}^{t+1} \end{bmatrix} = \delta_{ij}^t \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ij}^t \\ y_{ij}^t \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$x_{ij}^{t+1} = y_{ij}^{t+1} + q_{ij}^t \quad (7)$$

$$\forall i, \mathbf{pb}_i^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{x}_i^{t+1}, & \text{if } f(\mathbf{x}_i^{t+1}) < f(\mathbf{pb}_i^t) \\ \mathbf{pb}_i^t, & \text{else} \end{cases} \quad (8)$$

$$k = \arg \min_i f(\mathbf{pb}_i^{t+1}) \quad (9)$$

$$\mathbf{gb}^{t+1} = \mathbf{pb}_k^{t+1} \quad (10)$$

ここで,  $q_{ij}^t$  は平衡点,  $\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq 1$ ) は平衡点における  $pbest$  と  $gbest$  の影響力を調整する結合係数を表す.  $\gamma = 0.5$  のとき,  $pbest$  と  $gbest$  の影響力は同一となる. 本論文では,  $\gamma = 0.5$  に固定した.  $y_{ij}^t$  は平衡点を基準とした  $x_{ij}^t$  との相対位置を表す.

$\delta_{ij}^t$  はダンピング,  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) は回転角度を表す.  $\delta_{ij}^t$  が  $\delta_c$  ( $0 < \delta_c < 1$ ) に設定されるとき, 粒子  $i$  の  $j$  次元要素は収束モードとなり, 図 1 (a) に示すように平衡点に徐々に収束する. 一方,  $\delta_{ij}^t$  が  $\delta_d$  ( $\delta_d > 1$ ) に設定されるとき, 粒子  $i$  の  $j$  次元要素は発散モードとなり, 図 1 (b) に示すように平衡点から徐々に離れていく. 各粒子の各次元要素に対してこれらの回転モードは条件に基づいて動的に切り替わる.

粒子  $i$  の  $j$  次元要素において, 収束モードから発散モードへ切り替える条件式を以下に示す [16].

$$\begin{cases} v_{ij}^t \cdot v_{ij}^{t+1} < 0 \\ |y_{ij}^{t+1}| < TH_{ij}^t \end{cases} \quad (11)$$

ここで,  $TH_{ij}^t$  は回転モードを切り替える閾値を表す. 粒子  $i$  の  $j$  次元要素の回転モードが発散モードに切り替わったとき, 粒子  $i$  は式 (12) に基づいて更新される.

$$\begin{cases} \delta_{ij}^{t+1} = \delta_d \\ v_{ij}^{t+1} = 0 \\ TH_{ij}^{t+1} = \alpha TH_{ij}^t \end{cases} \quad (12)$$

ここで,  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) は  $TH_{ij}^t$  の大きさを調整するためのパラメータである.  $TH_{ij}^t$  は収束モードの終了時にのみ更新される.

一方, 発散モードから収束モードへ切り替える条件式を以下に示す.

$$\begin{cases} v_{ij}^t \cdot v_{ij}^{t+1} < 0 \\ |y_{ij}^{t+1}| > TH_{ij}^t \end{cases} \quad (13)$$

粒子  $i$  の  $j$  次元要素の回転モードが収束モードに切り替わったとき, 粒子  $i$  は式 (14) に基づいて更新される.

$$\begin{cases} \delta_{ij}^{t+1} = \delta_c \\ v_{ij}^{t+1} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

探索初期においては, 各粒子が解空間上を大域的に探索することが望ましいため, 切り替え条件の初期値

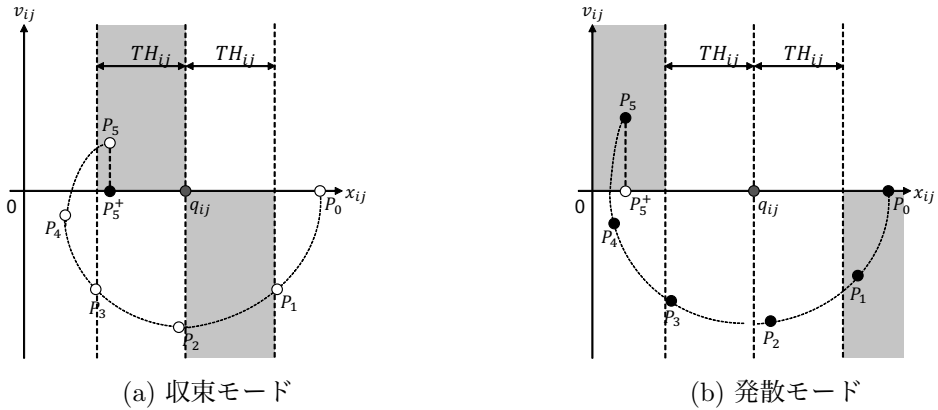


図 1: PPSO の粒子ダイナミクス [16]

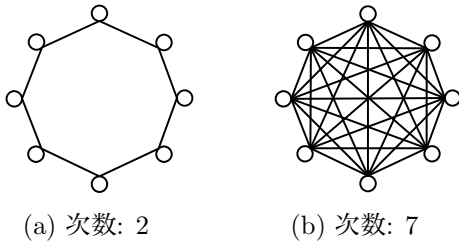


図 2: 近傍構造 (粒子数: 8)

$TH_{ij}^0$  は大きな値に設定する必要がある。各粒子の切り替え条件の閾値は最終的に 0 に収束するため、粒子群は徐々に平衡点に収束していき、最終的に平衡点周辺を集中的に探索を行う。

#### 4 粒子間に近傍構造を持つ PPSO 手法

本章では、PPSO の粒子間の情報共有にグラフ理論に基づく近傍構造を導入する手法 (PPSO with Neighborhood Topology; N-PPSO) を提案する。一般的な PSO 手法では、各粒子は  $gbest$  を参照して解空間上を移動する。つまり、各粒子は他の全ての粒子と情報共有することを表しており、粒子群は  $gbest$  に早期に収束しやすい。このような近傍構造を “ $gbest$  topology” とよ

ぶ。一方、各粒子が特定の近傍粒子間のみでそれらの良解情報 (local best solution;  $lbest$ ) を共有する PSO 手法 (PSO with Neighborhood Topology; N-PSO) が提案されており、このような近傍構造を “ $lbest$  topology” とよぶ [18, 19]。 “ $lbest$  topology” において、各粒子が情報共有する近傍粒子数は次数 (Degree) によって決定される。また、近傍粒子は解空間上の位置関係によって決定されるのではなく粒子番号 (Index) によって静的に決定される。

図 2 に総粒子数が 8、次数が 2 と 7 の場合の近傍構造の例を表す。図 2 において、“○” 印は粒子、“エッジ” は粒子間でそれらの良解情報を共有していることを表す。図 2 (a) は次数が 2 であり、各粒子は隣接する 2 つの近傍粒子とのみ情報共有を行う。このように、次数が小さい場合は粒子群における最良解 (i.e.  $gbest$ ) の情報が全粒子に伝搬するまでに時間がかかるため、粒子群は徐々に最良解へ収束していき、解空間上を大域的に探索することができる。特に、次数が 2 の円環状のトポロジを “ring topology” とよぶ。図 2 (b) は次数が 7 であり、各粒子は全ての粒子と情報共有を行う (i.e.  $gbest$  topology)。このように、次数が大きくなるにつれて最良解の情報は多くの粒子に伝搬しやすくなり、粒子群は最良解に収束しやすくなる。このため、解空間上に多数の局所的最適解 (局所解) が存在する多峰性問題を解く場合、“ $gbest$  topology” では局

表 1. 実験環境

総粒子数 ( $N$ )	20
次元数 ( $D$ )	20
イタレーション数 ( $t_{max}$ )	2000
試行回数	100
ベンチマーク問題の探索範囲	$[-100, 100]^D$

所解に早期に収束してしまうが, “ring topology” では局所解への早期収束を回避し, より高精度な近似解を発見することができる.

標準的な PSO に近傍構造を導入した N-PSO は多峰性問題に対して有効 [18, 19] であるが, 回転不変性を有していないために回転問題に対する探索性能は低い. これは, 度数に関係なく N-PSO の粒子群の探索が多次元解空間における座標軸方向へ偏るためである.

PPSO では, 回転問題に対する解探索性能が優れている [15]. これは PPSO の粒子群は多次元解空間の座標軸方向へ探索が偏らず, 解空間上を自由に飛び回ることができるためである [16]. したがって, PPSO の粒子間の情報共有において近傍構造を導入した N-PPSO では, 多峰性の回転問題に対して高精度な近似解を探索する能力をさらに向上させることが期待できる.

## 5 数値実験

本章では, N-PPSO の有効性を示すために PPSO, PSO, N-PSO との性能の比較実験を行う. 表 1 に実験環境を示し, CEC'13 ベンチマーク関数 [20] から 22 個の回転問題をベンチマーク問題として用いた. 各ベンチマーク関数における実験結果は最適解の評価値と 2000 イタレーション経過後の  $g_{best}$  の評価値との誤差値で示す. また, 実験結果は試行ごとに初期化した 100 回試行の平均値 (Mean) と標準偏差 (SD) で示す.

PSO と N-PSO におけるパラメータは, PSO においてその探索性能が良好な  $w = 0.729$ ,  $c_1 = c_2 = 1.4955$  [21] を採用した. 一方, PPSO と N-PPSO におけるパラメータは, PPSO においてその探索性能が良好な  $\delta_c = 0.6$ ,  $\delta_d = 1.2$ ,  $\theta = 55^\circ$ ,  $\alpha = 0.95$  [16] を採用した. また, 切り替え条件の閾値の初期値  $TH^0$  は探

表 2. 比較実験結果

$f$		N-PPSO (Degree = 2)	PPSO	N-PSO (Degree = 2)	PSO
$f_2^U$	Mean	2.05E+06	1.56E+06	2.84E+06	<b>7.78E+05</b>
	SD	8.63E+05	7.24E+05	1.57E+06	4.31E+05
$f_3^U$	Mean	<b>7.79E+06</b>	4.36E+07	1.52E+08	1.20E+08
	SD	9.91E+06	6.99E+07	2.54E+08	2.16E+08
$f_4^U$	Mean	2.77E+04	<b>1.54E+04</b>	4.12E+04	2.09E+04
	SD	6.25E+03	6.15E+03	1.11E+04	1.01E+04
$f_6$	Mean	<b>1.69E+00</b>	1.02E+01	6.27E+00	5.05E+00
	SD	6.72E+00	2.25E+01	1.63E+01	1.48E+01
$f_7$	Mean	<b>9.40E+00</b>	2.04E+01	4.58E+01	9.76E+01
	SD	5.57E+00	1.64E+01	2.06E+01	1.38E+02
$f_8$	Mean	2.09E+01	2.09E+01	<b>2.08E+01</b>	<b>2.08E+01</b>
	SD	6.18E-02	7.69E-02	8.09E-02	8.50E-02
$f_9$	Mean	1.07E+01	<b>1.04E+01</b>	1.87E+01	1.82E+01
	SD	2.36E+00	2.46E+00	2.27E+00	2.88E+00
$f_{10}$	Mean	1.33E+00	1.13E+00	3.81E-01	<b>2.67E-01</b>
	SD	1.87E-01	6.30E-02	2.38E-01	2.22E-01
$f_{12}$	Mean	<b>2.52E+01</b>	3.33E+01	6.78E+01	9.93E+01
	SD	6.72E+00	1.12E+01	2.53E+01	3.89E+01
$f_{13}$	Mean	<b>5.40E+01</b>	7.15E+01	1.01E+02	1.33E+02
	SD	1.67E+01	2.18E+01	2.02E+01	3.61E+01
$f_{15}$	Mean	<b>1.76E+03</b>	1.91E+03	2.65E+03	2.48E+03
	SD	4.29E+02	5.38E+02	6.60E+02	6.06E+02
$f_{16}$	Mean	<b>1.35E+00</b>	1.80E+00	1.54E+00	1.63E+00
	SD	2.79E-01	4.61E-01	3.99E-01	5.00E-01
$f_{18}$	Mean	<b>1.00E+02</b>	1.07E+02	1.17E+02	1.05E+02
	SD	1.06E+01	1.77E+01	1.68E+01	3.08E+01
$f_{19}$	Mean	4.39E+00	<b>3.93E+00</b>	4.11E+00	4.48E+00
	SD	1.03E+00	1.47E+00	1.60E+00	2.20E+00
$f_{20}$	Mean	<b>9.89E+00</b>	9.91E+00	1.00E+01	1.00E+01
	SD	6.43E-01	4.94E-01	4.88E-02	0.00E+00
$f_{21}$	Mean	3.62E+02	3.38E+02	<b>2.76E+02</b>	3.24E+02
	SD	7.30E+01	7.59E+01	9.90E+01	8.85E+01
$f_{23}$	Mean	2.37E+03	<b>2.35E+03</b>	3.55E+03	3.45E+03
	SD	5.05E+02	6.87E+02	6.81E+02	6.51E+02
$f_{24}$	Mean	<b>2.23E+02</b>	2.34E+02	2.55E+02	2.60E+02
	SD	1.17E+01	1.51E+01	7.70E+00	8.98E+00
$f_{25}$	Mean	<b>2.44E+02</b>	2.49E+02	2.72E+02	2.76E+02
	SD	1.50E+01	1.28E+01	7.14E+00	9.67E+00
$f_{26}$	Mean	<b>2.07E+02</b>	2.40E+02	2.10E+02	2.90E+02
	SD	2.88E+01	5.91E+01	3.66E+01	7.24E+01
$f_{27}$	Mean	<b>5.14E+02</b>	6.04E+02	8.02E+02	8.31E+02
	SD	9.71E+01	8.56E+01	8.23E+01	6.58E+01
$f_{28}$	Mean	<b>4.78E+02</b>	5.90E+02	1.37E+03	2.07E+03
	SD	4.12E+02	5.06E+02	6.48E+02	5.77E+02

\* 太字は最良の平均値の結果を示す

\*  $U$  は単峰性関数を表し, 無印は多峰性関数を表す

索範囲の最大値である 100 に設定した. N-PPSO と N-PSO において, 粒子間の近傍構造を制御する度数 (Degree) は 2 (i.e. ring topology) を採用し, それぞれ実験を行った. PPSO と PSO は, それぞれ N-PPSO



と N-PSO における  $Degree = 19$  (i.e. gbest topology) の場合と同等である。

表 2 に実験結果を示す。表 2 より、N-PPSO は 22 個のベンチマーク問題の中で 14 個のベンチマーク問題において優れた探索性能を持つことが確認できた。さらに、N-PPSO は 19 個の多峰性の回転問題の中で 13 個のベンチマーク問題において PPSO, PSO, そして、N-PSO よりも優れた探索性能を持つ。したがって、N-PPSO は多峰性の回転問題に対して PPSO, PSO, N-PSO よりも有効な手法であることが確認できた。さらに、単峰性問題のように  $gbest$  周辺を集中的に探索する必要がある場合は “gbest topology” のように次元を大きくすることで PPSO と同等の精度の近似解を得ることもできる。

## 6 おわりに

本論文では、PPSO の粒子間の情報共有にグラフ理論に基づく近傍構造を導入した N-PPSO を提案し、その探索性能の有効性を示すために数値実験を行った。N-PSO では、次数 ( $Degree$ ) が小さいときに多峰性問題に対する探索性能が良好であるが、粒子群は多次元解空間の座標軸方向の探索に偏るため、回転問題に対する性能が低い。一方、PPSO の粒子群においてはその探索方向が解空間上の座標軸方向に偏らずに自由に飛び回ることができるため、回転問題に対する性能も高い。このため、PPSO における粒子間の情報共有に近傍構造を導入することで、多峰性の回転問題に対する性能をさらに向上させることができる。

N-PPSO の有効性を確認するために、PPSO, PSO, N-PSO との比較実験を行った。実験結果より、N-PPSO の近傍構造が “ring topology” ( $Degree = 2$ ) ときの探索性能は、多峰性の回転問題に対して PPSO, PSO, そして、N-PSO よりも高いことを示した。このことは、N-PPSO の近傍構造が “ring topology” のときは粒子群が早期に局所解へ収束することを回避し、その近傍構造が “gbest topology” のときよりも粒子群が解空間上を大域的に探索することができることを示している。したがって、N-PPSO の有効性を確認することができた。

今後の課題として、(1) N-PPSO の近傍構造と探索

性能の関係についての詳細な解析、(2) N-PPSO を用いた実アプリケーションにおける最適化、などを行う予定である。

## 参考文献

- [1] 茨木 俊秀, 福島 雅夫, “最適化の手法.” 共立出版株式会社, 1993.
- [2] 山下 信雄, “非線形計画法.” 朝倉書店, 2015.
- [3] J. Kennedy and R. Eberhart, “Particle swarm optimization,” in *Proc. of IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 1942-1948, 1995.
- [4] R. Eberhart and X. Hu, “Human tremor analysis using particle swarm optimization,” in *Proc. of IEEE CEC*, pp. 1927-1930, 1999.
- [5] H. Yoshida, K. Kawata, Y. Fukuyama, S. Takayama and Y. Nakanishi, “A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment,” *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 15, No. 4, pp. 1232-1239, 2000.
- [6] G. Kokai, T. Christ and H. H. Fruhauf, “Using hardware-based particle swarm method for dynamic optimization of adaptive array antennas,” in *Proc. of First NASA/ESA conference on Adaptive Array Systems*, pp. 51-58, 2006.
- [7] M. R. AlRashidi and M. E. El-Hawary, “A survey of particle swarm optimization applications in electric power systems,” *IEEE Trans. Evol. Comput.*, Vol. 13, pp. 913-918, 2009.
- [8] I. Maruta, T. Sugie and T. Kim, “Identification of multiple mode models via distributed particle swarm optimization,” in *Proc. of IFAC*, Vol. 44, No. 1, pp. 7743-7748, 2011.
- [9] I. M. De Mendonca, I. C. Silva Jr. and A. L. M. Marcato, “Static planning of the expansion of

- electrical energy transmission system using particle swarm optimization,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 60, pp. 234-240, 2014.
- [10] S. Janson and M. Middendorf, “On trajectories of particles in PSO,” in *Proc. of IEEE SIS*, pp. 150-157, 2007.
- [11] D. Wilke, K. Schalk, and D. Groenwold, “Comparison of linear and classical velocity update rules in particle swarm optimization: Notes on scale and frame invariance,” *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, Vol. 70, No. 8, pp. 985-1008, 2007.
- [12] W. M. Spears, D. T. Green and D. F. Spears, “Biases in particle swarm optimization,” *International Journal of Swarm Intelligence Research*, Vol. 1, No. 2, pp. 34-57, 2010.
- [13] C. W. Cleghorn and A. P. Engelbrecht, “Firefly optimization: A study on frame invariance,” in *Proc. of IEEE SSCI 2017*, pp.423-428, 2017.
- [14] T. Sasaki, H. Nakano, A. Miyauchi and A. Taguchi, “Deterministic particle swarm optimizer with the convergence and divergence dynamics,” *IEICE Trans. on Engineering Sciences Society*, Vol. E100-A, No. 5, pp. 1244-1246, 2017.
- [15] T. Sasaki, H. Nakano, A. Miyauchi and A. Taguchi, “Analysis of solving performances for a piecewise-linear particle swarm optimizer,” *Transaction of the Japanese Society for Evolutionary Computation*, Vol. 8, No. 1, pp. 1-10, 2017 (in Japanese).
- [16] T. Sasaki and H. Nakano, “Investigation of particles behaviors of piecewise-linear particle swarm optimizer,” in *Proc. of IEEE SSCI*, pp. 429-435, 2017.
- [17] Y. Shi and R. Eberhart, “A modified particle swarm optimizer,” in *Proc. of IEEE CEC*, pp. 69-73, 1998.
- [18] J. Kennedy, “Small worlds and mega-minds: Effects of neighborhood topology on particles swarm performance,” in *Proc. of IEEE CEC*, pp. 1931-1938, 1999.
- [19] J. Kennedy and R. Mendes, “Population structure and particle swarm performance,” in *Proc. of IEEE CEC*, pp. 1671-1676, 2002.
- [20] J. J. Liang and B. Y. Qu and P. N. Suganthan and A. G. Hernández-Díaz, “Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2013 Special Session on Real-parameter Optimization,” *Comput. Intell. Lab. Zhengzhou Univ. Zhengzhou, China Nanyang Technol. Univ. Singapore, Tech. Rep.*, Vol. 201212”, 2013.
- [21] R. Eberhart and Y. Shi, “Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization,” in *Proc. of IEEE CEC*, pp. 84-88, 2000.